

Между тем, Эвклид приводит для этого другие доказательства, среди которых доказательство теоремы XI, 1 предполагает необходимым образом истинность теоремы XI, 2, которая, в свою очередь, обратно опирается на теорему XI, 1.

В логическом отношении — как с принципиальной стороны, так и с формальной — стереометрия у Эвклида изложена, вообще, значительно хуже планиметрии; особенно убедительно доказывают это, как мы увидим, его аксиомы, но, несмотря на этот недостаток, надо признать, что у греческих математиков был довольно значительный запас стереометрических теорем и операций.

Если в вопросе об определениях и постулатах мы, желая составить себе точное представление о гипотезах Эвклида, должны были, отчасти, обратиться к рассмотрению того, как он применяет их в теоремах, то, с другой стороны, те *аксиомы* первой книги, в подлинности которых нет сомнения и которыми поэтому мы и займемся исключительно, — именно аксиомы 1—3 и 7—8*, дают ясное и сжатое представление об основании и применении понятий равенства и неравенства к величинам вообще и геометрическим величинам в частности.

Первый элемент понятия равенства дается первой аксиомой: величины, равные одной и той же величине, равны между собой. Наличие слова *равный* в объяснении понятия равенства не лишает это объяснение ценности: в этом можно убедиться, заметив, что нельзя в даваемом аксиомой объяснении заменить слово *равный* словом *неравный*. Однако его недостаточно для получения пригодного понятия о величинах, ибо к этому надо еще прибавить, что величина не изменяется, если ее разделить и затем обратно сложить ее части. Этой стороне дела посвящены аксиомы 2 и 3, согласно которым равное, прибавленное или вычтенное из равного, дает равное. Но чтобы иметь возможность рассматривать также неравное, надо еще указать, что если при обратном сложении берут не все части величины, то получают нечто меньшее; это и утверждает аксиома 8: целое больше части.

Эти же самые аксиомы содержат в общем виде объяснения сложения и вычитания величин: в них, кроме того, содержится утверждение, что порядок членов суммы безразличен для результатов сложения.

Если в одном современном учебнике арифметики** мы находим следующее определение идеи величины: „о свойствах предметов, которые не изменяются, если собрать их части в различном порядке, но изменяются, если отнять от них некоторые части, говорят, что они обладают величиной“, — то определение это вполне совпадает с приведенными выше аксиомами „Начал“, с тем даже преимуществом у последних, что они несколько более непо-

* Euclidis Elementa, Ed. Heiberg, Lipsiae, 1883—88.

** Julius Petersen, Arithmetik og Algebra til Skolebrug, Kaebenhavn, 1879, p. 3.